پروژه پنجم:

تخمین موقعیت و سرعت رتور موتور سنکرون دارای آهنربای دائم:

ایده ی EKF برای تخمین x در مسیر اسمی در فیلتر کالمن خطی استفاده می شود، به بیان دیگر: ما $\bar{x}$ را برابر با $\hat{x}$ در فیلتر کالمن خطی در نظر می گیریم که این یک روش راه اندازی معقول برای تخمین حالت x می باشد.

بعد از تعویض در معادلات و دستکاری ریاضی در معادلات فیلتر کالمن خطی به الگوریتم EKF می رسیم:

۱- معادله حالت و خروجی به صورت زیر است:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

۲- در هر گام زمانی ماتریس مشتقات جزئی را محاسبه می کنیم و در تخمین وضعیت فعلی ان را ارزیابی می کنیم:

(توجه شود که مشتقات جزئی با توجه به x_k نوشته شده اند و در $x_k = \hat{x}_k$ ارزیابی می شوند.)

$$\begin{cases} A_k = f'(\hat{x}_k, u_k) \\ C_k = h'(\hat{x}_k) \end{cases}$$

۳- معادلات فیلتر کالمن زیر را اجرا کنید:

$$\begin{cases} K_k = P_k C_k^T (C_k P_k C_k^T + R)^{-1} \\ \hat{x}_{k+1} = f(\hat{x}_k, u_k) + K_k (y_k - h(\hat{x}_k)) \\ P_{k+1} = A_k (I - K_k C_k) P_k A_k^T + Q \end{cases}$$

۱- تخمین حالت موتور

ما برای تخمین حالتهای دو فاز آهنربای دائم موتور سنکرون از EKF استفاده می کنیم، ما ممکن است بخواهیم حالتها را طوری که بتوانیم آنها را با الگوریتم کنترل تخمین بزنیم در نظر بگیریم یا ممکن است بخواهیم موقعیت یا سرعت موتور را تخمین بزنیم. ابتدا به ساکن فرض می کنیم که می توانیم جریان سیم پیچ موتور را اندازه گیری کنیم و می خواهیم با EKF برای تخمین موقعیت رتور و سرعت استفاده کنیم.لذا معادلات سیستم را داریم و عبارتند از:

www.matlabproject.ir

$$
\begin{cases}
\dot{I}_a = \dfrac{-R}{L} I_a + \dfrac{\omega\lambda}{L}\sin\theta + \dfrac{u_a + \Delta u_a}{L} \\
\dot{I}_b = \dfrac{-R}{L} I_b + \dfrac{\omega\lambda}{L}\cos\theta + \dfrac{u_b + \Delta u_b}{L} \\
\dot{\omega} = \dfrac{-3\lambda}{2J} I_a \sin\theta + \dfrac{3\lambda}{2J} I_b \cos\theta - \dfrac{F\omega}{J} + \Delta\alpha \\
\dot{\theta} = \omega \\
y = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}
\end{cases}
$$

متغیرها در این معادلات این گونه تعریف می شوند:

- I_a, I_b جریان در دو سیم پیچ موتور است.
- R, L مقاومت سیم پیچ موتور القاء مغناطیسی موتور می باشند.
- F ضریب اصطکاک ویسکوزیته می باشد که در شفت موتور و بار خودش عمل می کند.
- J ممان اینرسی شفت و بار موتور است.
- $\Delta u_a, \Delta u_b$ به دلیل وجود خطاها در u_a, u_b ترم های نویزی هستند.
- θ, ω به ترتیب موقعیت زاویه ای و سرعت رتور می باشند.
- λ شار ثابت موتور می باشد.
- u_a, u_b ولتاژهایی هستند که در سراسر دو سیم پیچ موتور استفاده می شوند.
- $\Delta\alpha$ نیز به دلیل عدم قطعیت در گشتاور بار ترم نویزی است.
- y نیز اندازه گیری می باشد که در اینجا ما فرض می کنیم اندازه گیری هایی از دو جریان سیم پیچ داریم که می تواند با استفاده از اندازه گیری مقاومت باشد. همچنین، اندازه گیری های ما به وسیله ی نویز اندازه گیری v_a, v_b که به دلیل عدم قطعیت در اندازه گیری مقاومت، نویز الکتریکی و خطای کوانتیزاسیون در میکروکنترلرهای ماست اندازه گیری های ما خراب می شوند.

بنابراین، از معادلات موتور بالا مشاهده می شود که سیستم ما ۴ حالت دارد و بردار حالت x می تواند چنین تعریف شود:

$$
x = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix}
$$

معادلات سیستم به وسیله ی گسسته سازی معادلات دیفرانسیل به دست می آیند:

www.matlabproject.ir

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k = x_k + \ldots$$

$$+\begin{bmatrix} -Rx_k(1)/L + x_k(3)\lambda \sin x_k(4)/L + u_{ak}/L \\ -Rx_k(2)/L + x_k(3)\lambda \cos x_k(4)/L + u_{bk}/L \\ -3\lambda x_k(1)\sin x_k(4)/2J + 3\lambda x_k(2)\cos x_k(4)/2J - Fx_k(3)/J \\ x_k(3) \end{bmatrix}\Delta t$$

$$+\begin{bmatrix} \Delta u_{ak}/L \\ \Delta u_{bk}/L \\ \Delta\alpha \\ 0 \end{bmatrix}\Delta t$$

معادله خروجی نیز چنین است:

$$y_k = h(x_k) + v_k = \begin{bmatrix} x_k(1) \\ x_k(2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{ak} \\ v_{bk} \end{bmatrix}$$

که Δt گام زمانی است که ما برای تخمین در میکروکنترلرمان یا DSP از آن استفاده می کنیم.

به منظور استفاده از EKF نیاز داریم که مشتقات $h(x_k), f(x_k, u_k)$ را با توجه به x_k پیدا کنیم که این یک پیچیدگی جدید هست چونکه $h(x_k), f(x_k, u_k)$ هر دو توابع برداری از بردار x_k هستند، حالا چگونه می توانیم پیدا کنیم مشتقات یک بردار را با توجه به بردار دیگر پیدا کنیم؟

برای مثال اگر ما بردار x, f را چنین بنویسیم:

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

حال مشتق f با توجه به x که یک ماتریس 4×4 می باشد به دست می آید:

$$f'(x) = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \frac{df_1}{dx_2} & \frac{df_1}{dx_3} & \frac{df_1}{dx_4} \\ \frac{df_2}{dx_1} & \frac{df_2}{dx_2} & \frac{df_2}{dx_3} & \frac{df_2}{dx_4} \\ \frac{df_3}{dx_1} & \frac{df_3}{dx_2} & \frac{df_3}{dx_3} & \frac{df_3}{dx_4} \\ \frac{df_4}{dx_1} & \frac{df_4}{dx_2} & \frac{df_4}{dx_3} & \frac{df_4}{dx_4} \end{bmatrix}$$

www.matlabproject.ir

که این مسئله می تواند برای هر بردار f و x با هر اندازه ای تعمیم پیدا کند، لذا؛ با این پیش زمینه ما حالا می توانیم ماتریس مشتقات جزئی را برای مسئله موتور سنکرون پیدا کنیم:

که با فرض های زیر ماتریس A_k تبدیل می شود به:

$$Z = (\hat{x}_k(1)\cos\hat{x}_k(4) + \hat{x}_k(2)\sin\hat{x}_k(4))$$
$$D = \hat{x}_k(3)\cos\hat{x}_k(4)$$
$$E = \hat{x}_k(3)\sin\hat{x}_k(4)$$

$$A_k = f'(\hat{x}_k, u_k) =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & 0 & \frac{\lambda E}{L\hat{x}_k(3)} & \frac{\lambda D}{L} \\ 0 & \frac{-R}{L} & \frac{-\lambda D}{L\hat{x}_k(3)} & \frac{\lambda E}{L} \\ \frac{-3\lambda E}{2J\hat{x}_k(3)} & \frac{3\lambda D}{2J\hat{x}_k(3)} & \frac{-F}{J} & \frac{-3\lambda Z}{2J} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

و

$$C_k = h'(\hat{x}_k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

حالا EKF را شبیه سازی می کنیم تا ببینیم چه مقدار توانستیم موقعیت رتور و سرعت آن را تخمین بزنیم. ما فرض خواهیم کرد که ترم های نویز اندازه گیری v_{bk}, v_{ak} با میانگین صفر و متغیرهای تصادفی با انحراف معیار ۰٫۱ $amps$ هستند و ورودی های کنترل (ولتاژهای سیم پیچ) عبارتند از:

$$\begin{cases} u_a(t) = \sin(2\pi t) \\ u_b(t) = \cos(2\pi t) \end{cases}$$

که این معادلات در سیستم زمان گسسته بدین معنا هستند:

$$\begin{cases} u_{ak} = \sin(2\pi k\,\Delta t) \\ u_{bk} = \cos(2\pi k\,\Delta t) \end{cases}$$

ولتاژهای اعمالی به جریان های سیم پیچ برابر با مقادیر ثابت $\Delta u_{bk}, \Delta u_{ak}$ هستند که دارای میانگین صفر و متغیرهای تصادفی با انحراف معیار $0.001amps$ می باشند.

نویز به دلیل اختلاف گشتاور بار $\Delta\alpha_k$ با انحراف معیار $0.05\frac{rad}{\sec^2}$ وجو دارد.

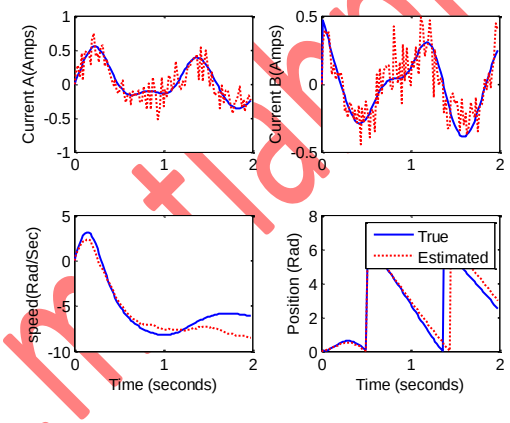
www.matlabproject.ir

اگر چه اندازه گیری های ما فقط شامل جریان سیم پیچ است ولی ما می توانیم از یک EKF برای تخمین موقعیت و سرعت رتور استفاده کنیم، که با شبیه سازی سیستم موتور با EKF در شکل ۳ مشاهده می شود که موقعیت و سرعت رتور به خوبی تخمین زده شده است.

در واقع، این بدین معنی است که ما می توانیم بدون استفاده از اینکودر (رمزگذار) موقعیت و سرعت رتور را بفهمیم. به عبارت دیگر، به جای یک اینکودر برای به دست آوردن موقعیت رتور، ما فقط نیاز به یک جفت حسگر مقاومت و یک فیلتر کالمن در میکروکنترلرمان داریم که این یک مثال خوب از یک تجارت بین ابزاردقیق و ریاضیات است به این دلیل که اگر ما بدانیم چگونه ریاضیات را با استفاده از یک فیلتر کالمن در یک میکروکنترلر عملی کنیم پس میتوانیم از دست اینکودر خلاص بشویم و هزینه زیادی را صرفه جویی کنیم.

۲-نتایج شبیه سازی موتور

تخمین موقعیت و سرعت چنین است:



شکل 1- نتیجه شبیه سازی فیلترکالمن تعمیم یافته برای دو فاز موتور سنکرون با آهنربای دائم. اندازه گیری جریان سیم پیچ ها در هر میلی ثانیه به دست آمده است.

در شکل 1 که با استفاده از برنامه متلب به دست آمده است موقعیت و سرعت رتور را نشان می دهد که با دقت خوبی تخمین زده شده اند.

در اینجا مهم است که درباره محدودیت های EKF نیز توجه داشته باشیم: به عنوان مثال شکل ۳ با استفاده از زمان نمونه برداری $1ms$ برای اندازه گیری ها تولید شده است، حال اگر زمان نمونه برداری را به EKF افزایش دهیم اینبار تخمین اصطلاحاً منفجر می شود،بدین معنی که دیگر تخمین خوبی به دست نمی آید. به عبارت دیگر، EKF ناپایدار می شود.

www.mtlabproject.ir

همچنین اگر نویز اندازه گیری با یک ضریب ۱۰ افزایش پیدا کند EKF به ما تخمین موقعیت رو می دهد که اساساً بی ارزش می باشد.

اینها محدودیت های واقعی EKF نیستند ولی محدودیت های نسبی هستند که چه مقدار اطلاعات را می توانیم خارج از یک سیستم مطمئن به زور داخل سیستم جا بدهیم.

www.matlabproject.ir